

# パラメータの変動する時変システムの同定

田中 秀樹 小林 康秀\* 疋田 真一\*

## Identification of Time-Varying System with Fluctuations for Parameters

Hideki TANAKA

Yasuhide KOBAYASHI

Shinichi HIKITA

Much continuance exists in most actual systems. It is useful to identify parameters of composed systems for predictive control and diagnosis of failure. Generally, because these parameters vary with environmental change and the aging, it is important to estimate these parameters at the on-line system. In this study, the method which the neural networks was used for the estimation of the time-varying parameters was proposed, and the method was verified experimentally.

**Keywords:** System Identification, Time-varying System, Generalized Predictive, Neural Networks

現実のシステムでは連続系が多く存在し、このシステムパラメータを同定することはシステムの故障診断、予測制御に有用である。一般的にシステムパラメータは周囲の環境変化、システムの経年変化などに伴い変動するため、この時変パラメータをオンライン推定することは重要な課題である。そこで本研究では、未知変動する連続系パラメータの推定にニューラルネットワークを用い、この手法の実験的検証を行った。

キーワード：システム同定、時変システム、予測制御、ニューラルネットワーク

### 1 まえがき

現実の制御においては、自動車、機械などに代表されるように連続的なシステムが多く、システムのパラメータを同定することは故障診断、予測制御に有用である。このようなシステムでは、実環境においては周囲の環境変化、システムの経年変化などに伴い、時間とともにパラメータが変化することが多い。そのため、時変システムのパラメータをオンライン推定することは重要な課題である。

簡単な同定法は、ある時間幅のウィンドウを設け、そのウィンドウ内のパラメータを一定とみなしてパラメータを推測することである。しかし、ウィンドウ内の平均的な推定値が得られるため、推定値に時間遅れが生じるという課題が残る。そこで、パラメータ推定値の時間遅れを小さくする方法として、ウィ

ンドウ内のパラメータの変動を表現できる関数で近似する方法が提案されている(1),(2)。しかし、あらかじめ定めた関数で周囲環境変化により未知変動するパラメータを十分に近似できるとは限らない。

そこで、本研究では適応、学習、汎化能力に優れたニューラルネットワーク(NN)を変動パラメータの推定に用いて、その理論的正当性を調べる。NNには3層のバックプロパゲーション(BP)法を用い、変動パラメータをNN出力で表現し、出力誤差が最小となるようにNNの重み係数、しきい値の学習を行う。変動パラメータは時刻の非線形関数と見なすことができるため、NNの入力は時刻とする。

そして、離散値で未知変動するパラメータを与えたときに、変動パラメータを推定するシミュレーションを行い、本手法の実験的検証を行う。

\*広島市立大学情報科学部, 広島市

## 2 問題設定

対象とするシステムは、パラメータの未知変動する線形離散値系であり、 $k$ 時刻における入力、状態値、出力をそれぞれ  $u(k), x(k), y(k)$  とすると次式で表される。

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & I_{n-1} & \\ -a_0(k) & \dots & -a_{n-1}(k) & \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \quad (1)$$

$$y(k) = [b_0(k), \dots, b_r(k), 0, \dots, 0]x(k) + v(k) \quad (2)$$

ここで、次数  $r, n$  は既知とする。また、システムのパラメータ  $a_n(k), b_r(k)$  は、周囲、環境の変化によって、サンプリング周期に比べ緩やかで連続的に未知変動するものとし、これを  $n+r$  次元のベクトル  $\theta(k)$  で定義する。

$$\theta(k) = (a_0(k), \dots, a_{n-1}(k), b_0(k), \dots, b_{r-1}(k))^T \quad (3)$$

また、 $v(k)$  は観測雑音で  $N(0, \sigma_v^2)$  にしたがう入力と独立な正規白色雑音とする。

現時刻  $k$  までの  $u(k), y(k)$  に基づき、連続的に未知変動するシステムのパラメータ  $\theta(k)$  をオンライン推定する問題を考える。

## 3 システム同定

### 3.1 モデルの設定

システム推定の概念図を図1に示す。変動モデルは、(1)式に準じて次式で設定する。

$$\hat{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & I_{n-1} & \\ -\hat{a}_0(k) & \dots & -\hat{a}_{n-1}(k) & \end{bmatrix} \hat{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \quad (4)$$

$$\hat{y}(k) = [\hat{b}_0(k), \dots, \hat{b}_r(k), 0, \dots, 0]\hat{x}(k) \quad (5)$$

ここで、モデルの変動パラメータ  $\hat{a}_n(k), \hat{b}_r(k)$  を次式で定義する。

$$\hat{\theta}(k) = (\hat{a}_0(k), \dots, \hat{a}_{n-1}(k), \hat{b}_0(k), \dots, \hat{b}_{r-1}(k))^T \quad (6)$$

変動パラメータ  $\hat{\theta}(k)$  を推定するためには、パラメータの変動形態を特定の関数で表現することが必要である。しかし、パラメータは自発的に変動し、また変動形態が未知であるため、変動形態を特定の関数で表現することは難しい。そこで、一般に広範な非線形特性を表現でき、適応、学習、汎化能力に優れた NN で変動形態を表現する。

### 3.2 NNの構成

変動パラメータ  $\hat{\theta}(k)$  を求めるために、ウィンドウ幅を  $N$ 、現時刻を  $k$  とし、 $k-N$  から  $k$  の変動形態を3層の BPNN で表現する。ここでは、次式に示す1入力多出力の NN を用いる。

$$s_j(k) = w_{1j}I(k) - e_j \quad (7)$$

$$h_j(k) = \frac{1}{1 + \exp(-s_j(k))} \quad (8)$$

$$o_i(k) = \sum_{j=1}^q w_{2ij}h_j(k) \quad (9)$$

ここで、 $I(k), o(k)$  は  $k$  時刻の NN の入出力、 $q$  は中間層のニューロン数であり、重み係数  $w_{1j}, w_{2j}$  およびしきい値  $e_j$  をベクトル で表す。

システムパラメータ  $\hat{\theta}(k)$  は時間とともに未知変動するため、モデルパラメータ  $\hat{\theta}(k)$  は時刻  $k$  の非線形関数と見なすことができる。しかし、時刻  $k$  が進むにつれて  $k$  も増加するため、NN の収束が悪くなる。そこで、図2のように入力信号  $I(k)$  をある

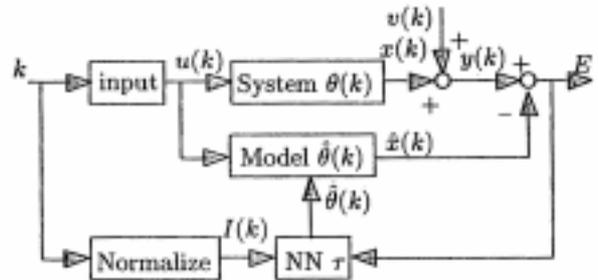


図1 システムとモデルの概念

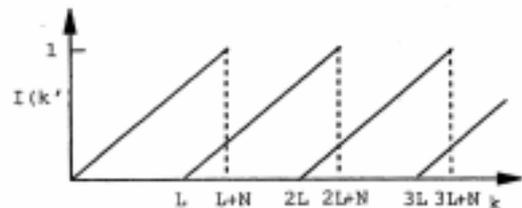


図2 NN への入力信号

時間間隔  $L$  ごとに規格化する。

ただし、ウィンドウ幅  $N$  は、変動の複雑さ、SN比などに応じて設定する。また、 $L$  は収束性および計算時間を考慮して、 $N$  の数倍から十倍程度に選ぶ。

### 3.3 パラメータ推定

$k' = k - N$  時刻から現時刻  $k' = k$  までの  $(k')$  を表す NN の  $\theta$  を学習させることを考える。モデルとシステムの時変パラメータが完全に一致する場合、モデル出力  $\hat{x}(k)$  とシステム出力  $x(k)$  は一致する。しかし、(2)式のようにシステム出力  $x(k)$  は得られず、観測値  $y(k)$  が得られる。そこで学習のための誤差評価関数  $E(\tau)$  は次式で与えられる。

$$E(\tau) = \frac{1}{2\sigma_v^2} \sum_{k'=k-N}^k (\hat{x}(k') - y(k'))^2 \quad (10)$$

NN の学習は (10) 式を  $\tau$  および  $\theta(k)$  についての最小化問題となる。ただし、 $\theta(k)$  は非線形関数であるため、本報告では Davidon Fletcher Powell 法(3)で非線形最適化を行う。最小化には(10)式の偏微分が必要であり、これは次式で与えられる。

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = \frac{\partial E}{\partial \theta(k)} \frac{\partial \theta(k)}{\partial \tau} \quad (11)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta(k)} = \frac{1}{\sigma_v^2} \sum_{k'=k-N}^k (\hat{x}(k') - y(k')) \frac{\partial \hat{x}(k')}{\partial \theta(k)} \quad (12)$$

なお、最適化パラメータが極小値に陥らないように、 $\theta(k)$  は零、 $\tau$  は一様乱数で与える。

(10) 式を最小にする  $\theta$  を学習させると、NN の出力  $\hat{o}(k)$  は  $k' = k - N$  から現時刻  $k$  までの変動形態を近似していると考えられる。したがって、現時刻  $k$  での NN の出力値をパラメータ推定値  $\hat{\theta}(k)$  とする。

## 4 数値例

2次連続系でゲイン  $K$  もしくは減衰率  $\zeta$  が未知変動する離散値系についてシミュレーションを行い、提案した推定法の理論的正当性を検証する。

### 4.1 シミュレーションの概要

ゲイン  $K(k)$  または減衰率  $\zeta(k)$  を変動パラメータとする次式で表される正弦波の和が未知変動する

場合を考えた。

$$K(k) = 5.0 + 4.0 \sin\left(\frac{2\pi k}{2000}\right) + 0.5 \sin\left(\frac{2\pi k}{600}\right) \quad (13)$$

$$\zeta(k) = 0.5 + 0.4 \sin\left(\frac{2\pi k}{2000}\right) + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi k}{600}\right) \quad (14)$$

このとき、システムゲイン  $K(k)$  または  $\zeta(k)$  のいずれかが変動する場合を考え、変動しない残りのパラメータは  $K=5$  ,  $\zeta=0.5$  の一定値とした。

### 4.2 初期値の設定法

(4)式, (5)式の次数  $r=2$  ,  $n=2$  とし、規格化間隔  $L=1000$  , NN の中間層のユニット数  $j=2$  とし与えた。システムへの入力は一様乱数  $N(0, 1)$  で与え、10%の観測雑音を考えた。ウィンドウ幅の大きさによってパラメータの推定値の時間遅れも大きくなるが、ウィンドウ幅におよぼす推定誤差の影響について調べるため、 $N=50, 100, 200$  とする。変動パラメータの推定誤差  $J_{\theta}$  は次式で与える。

$$J_{\theta} = \sqrt{\frac{\sum_{k=100}^{2000} (\hat{\theta}(k') - \theta(k'))^T (\hat{\theta}(k') - \theta(k'))}{\sum_{k=100}^{2000} \theta(k')^T \theta(k')}} \quad (15)$$

### 4.3 ゲイン $K$ の変動する場合

ウィンドウ幅を変えてシミュレーションした結果、得られたパラメータの推定誤差  $J_{\theta}$  を表1に示す。結果から推定誤差はウィンドウ幅の大きさに比例して増加している。一般的にウィンドウ幅が小さいと

表1 ゲイン変動する場合の推定誤差

ウィンドウ幅	50	100	200
推定誤差 (%)	7.15	8.34	14.72

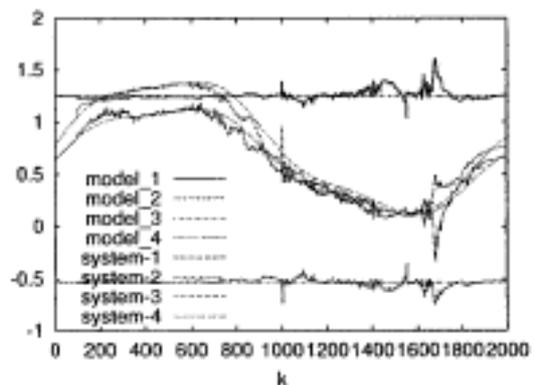


図3  $K$  変動時のパラメータ推定結果

表 2 減衰率変動する場合の推定誤差

ウィンドウ幅	50	100	200
推定誤差 (%)	3.53	3.86	5.19

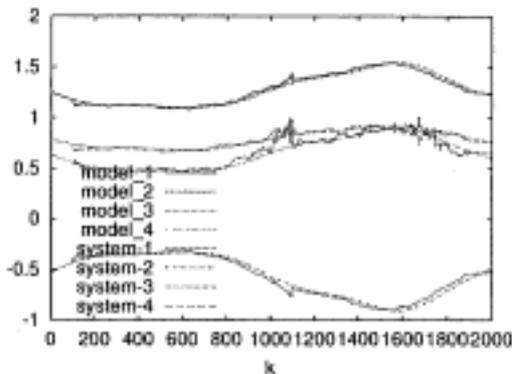


図 4 変動時のパラメータ推定結果

推定値に時間遅れが生じるが、正弦波状に変動する離散値系において本手法ではウィンドウ幅が小さいほうが推定誤差が小さいという結果を得た。

ウィンドウ幅を  $N=100$  として与え、シミュレーションした結果、得られたパラメータ推定値  $\hat{\theta}(k)$  を図 3 に示す。図より実パラメータとパラメータ推定値とは大きな誤差のある時刻が見られる。これは、雑音を 10% としたことに原因があり、そのため推定が正しく行われなかったと考えられる。

#### 4.4 減衰率の変動する場合

ウィンドウ幅を変えてシミュレーションした結果得られたパラメータの推定誤差  $J$  を表 2 に示す。結果から推定誤差はウィンドウ幅の大きさに比例して増加している。ゲイン  $K$  の変動する場合と同様に、ウィンドウ幅が小さいほうが推定誤差が小さいという結果を得た。

ウィンドウ幅を  $N = 100$  として与えシミュレーションした結果、得られたパラメータ推定値  $\hat{\theta}(k)$  を図 4 に示す。図よりパラメータをほぼ正しく推定していることが確認できる。

以上の結果から、推定誤差が小さく、変動するパラメータをオンライン推定できることを確認した。したがって、本手法は時変システムの未知変動パラメータをオンライン推定するのに有効であると考えられる。

## 5 むすび

システムパラメータは時間とともに変化し変動形態も未知であるため、関数で表現することは難しい。そこで、未知変動するシステムのパラメータをオンライン推定する手法に NN を用い、その理論的正当性を調べるためシミュレーションを行った。本手法により、未知変動形態をもつパラメータを数%の誤差でオンライン推定できることを確認した。

今後は最適化パラメータの初期設定値を効率的に与える方法を検討して、計算時間の短縮を行う。さらに、パラメータ推定の誤差を低減する NN の中間層の大きさについて検討する。

謝辞 本研究は、広島市立大学情報工学部の協力研究員として行った。研究の機会を与えてくださった関係各位に記して感謝の意を表す。

### 参考文献

- (1) Donald M. Wiberg, et al, "An on-line parameter estimator for quick convergence and time-varying linear system," IEEE, vol.45-10, pp.1854-1863, 2000.
- (2) 森本滋郎, 山本由和, 小林郁典, 田淵敏明, 古本奈奈代, "時変パラメータ追跡のための一適応アルゴリズム," 計測自動制御学会論文集, vol.33, pp.1108-1110, 1997.
- (3) 清水清孝, システム制御と数理計画法, コロナ社, 1980.

### 付 録

#### 1 2次連続系の離散化パラメータ

2次連続系をサンプリング間隔  $T$  で離散化したとき、パラメータ  $(k)$  は次のように与えられる。

まず、次のようにおく。

$$a(k) = \zeta(k)\omega_n$$

$$\omega_o(k) = \sqrt{1 - \zeta^2(k)}$$

$$\phi(k) = \tan^{-1}\left(\frac{-a(k)}{\omega_o(k)}\right)$$

$$g(k) = \frac{K(k)}{a^2(k) + \omega_o^2(k)}$$

ここで、固有角周波数  $\omega_n = 1.0$ 、サンプリング間隔  $T = 2.0\pi/10$  とする。

$\zeta < 1$  のとき

$$\begin{aligned}\theta_1(k) &= 2 \exp\{-a(k)T\} \cos(\omega_0(k)T) \\ \theta_2(k) &= -\exp\{-2a(k)T\} \\ \theta_3(k) &= g(k) \{ \exp\{-a(k)T\} \sec \phi(k) \\ &\quad \cos(\omega_0(k)T - \phi(k)) - 2 \exp\{-a(k)T\} \\ &\quad \cos(\omega_0(k)T) + 1 \} \\ \theta_4(k) &= g(k) \{ \exp\{-2a(k)T\} - \exp\{-a(k)T\} \\ &\quad \sec \phi(k) \cos(\omega_0(k)T - \phi(k)) \}\end{aligned}$$

$\zeta \geq 1$  のとき

$$\begin{aligned}\theta_1(k) &= 2 \exp\{-a(k)T\} \cosh(\omega_0(k)T) \\ \theta_2(k) &= -\exp\{-2a(k)T\} \\ \theta_3(k) &= g(k) \{ \exp\{-a(k)T\} (\tan \phi(k) \sinh(\omega_0(k)T) \\ &\quad + \cosh(\omega_0(k)T) - 2 \exp\{-a(k)T\} \\ &\quad \cosh(\omega_0(k)T) + 1) \\ \theta_4(k) &= g(k) \{ \exp\{-2a(k)T\} - \exp\{-a(k)T\} \\ &\quad (\tan \phi(k) \sinh(\omega_0(k)T) - \cosh(\omega_0(k)T)) \}\end{aligned}$$

## 2 勾配ベクトルの計算

$\tau$  の最適化に必要な  $k'$  時刻における各勾配ベクトルを算出する。

(1)  $\frac{\partial \hat{z}(k')}{\partial \hat{\theta}(k')}$  の算出

$$\frac{\partial \hat{z}(k')}{\partial \hat{\theta}(k')} = \begin{bmatrix} \hat{z}(k' - 1) \\ \mathbf{u}(k' - 1) \end{bmatrix}^T + \hat{\theta}^T(k') \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{z}(k' - 1)}{\partial \hat{\theta}(k')} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

ただし、

$$\hat{z}(k' - 1) = \begin{bmatrix} \hat{z}(k' - 1) \\ \hat{z}(k' - 2) \\ \vdots \\ \hat{z}(k' - r) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(k' - 1) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k' - 1) \\ \mathbf{u}(k' - 2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k' - n) \end{bmatrix}$$

(2)  $\frac{\partial \hat{\theta}(k')}{\partial \tau}$  の算出

$w_{1j}$  に関する勾配

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{\theta}_1(k')}{\partial w_{1j}} &= \frac{\partial \hat{\theta}_1(k')}{\partial h_j(k')} \frac{\partial h_j(k')}{\partial s_j(k')} \frac{\partial s_j(k')}{\partial w_{1j}} \\ &= w_{2_{1j}} h_j(k') (1 - h_j(k')) I(k')\end{aligned}$$

$w_{2_{1j}}$  に関する勾配

$$\frac{\partial \hat{\theta}_1(k')}{\partial w_{2_{1j}}} = h_j(k')$$

$e_j$  に関する勾配

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{\theta}_1(k')}{\partial e_j} &= \frac{\partial \hat{\theta}_1(k')}{\partial h_j(k')} \frac{\partial h_j(k')}{\partial s_j(k')} \\ &= w_{2_{1j}}(k') h_j(k') (1 - h_j(k')) (-1)\end{aligned}$$